FORSCHUNGSHEIM
MITTEILUNGEN
FÜR WÄRMESCHUTZ
E.V. MÜNCHEN

Reihe II. Wärmeschutz in der Industrie

Nummer 4

Zur Berechnung der Auskühlung von Behältern

Von

H. B. SCHULZ

Sonderdruck aus der Zeitschrift Brennstoff-Wärme-Kraft (BWK) Bd. 14 (1962) Nr. 2 56/60

DK 621.642.03: 662.998

Zur Berechnung der Auskühlung von Behältern

Von **H. B. Schulz,** München *)

Um die Auskühlung von Flüssigkeitsbehältern mit unterbrochener Betriebsweise genügend genau zu berechnen, sind nur die Gleichungen mit örtlich konstanter Wärmestromdichte der Behälteroberfläche bekannt. Die Rechenunterlagen für unterschiedliche Wärmeabgabe der Begrenzungsflächen und für zusätzliche Beheizung des Inhalts werden zusammengestellt. Ein Vergleich mit den linearen Näherungsgleichungen zeigt, daß diese nach einer einfachen Korrektur brauchbare Werte liefern, so daß in vielen Fällen auf die genauen, jedoch umständlichen Exponentialgleichungen verzichtet werden kann. Die Formeln gelten analog auch für Anwärmvorgänge.

Einleitung

Bei der Ausführung von Wärme- und Kälteschutzanlagen für Flüssigkeitsbehälter mit unterbrochener Betriebsweise, d. h. bei der zeitlich begrenzten Aufbewahrung von Öl, Bitumen, Warmwasser, Laugen, Säuren u. a., sind manchmal wegen besonderer Betriebsbedingungen genauere Berechnungen nicht zu umgehen. Diese Behälter können ortsgebunden sein, z. B. Lagertanks oder als Transportgefäße dienen, wie Kesselwagen, Tankschiffe oder dgl.

Die wärmeschutztechnische Aufgabe besteht meist darin, durch die Wärmedämmung zu vermeiden, daß in dem Zeitraum von der Füllung bis zur Entleerung die Temperatur des Behälterinhalts einen bestimmten Wert unterschreitet. Entweder soll eine Änderung des Aggregatzustands der Füllung (Einfrieren, Auskristallisieren u. ä.) vermieden werden oder eine bestimmte Viskosität der Flüssigkeit für den Transport in Rohrleitungen oder ein Mindestwärmeinhalt für die Weiterverarbeitung des Produktes erhalten bleiben.

Die Fragestellung bei der Planung einer Behälterisolierung lautet in den meisten Fällen: Welche Isolierdicke ist erforderlich, um bei Verwendung eines bestimmten Isoliermaterials einen noch zulässigen zeitlichen Temperaturabfall des Behälterinhalts einzuhalten?

Es kann aber auch nach der Auskühlzeit bei vorgegebener Temperaturabsenkung oder nach dem Temperaturabfall in einem gewissen Zeitabschnitt für eine bestimmte Ausführung der Isolierung gefragt sein. Grundsätzlich handelt es sich um die gleiche Aufgabenstellung, wobei nur die gesuchte Größe und die vorgegebenen Konstanten unterschiedlich gewählt werden.

Kann eine Isolierung die gestellten Forderungen nicht erfüllen — eine Wärmedämmung kann ja die Wärmeübertragung an die Umgebung niemals verhindern, sondern nur verzögern — so ist die erforderliche Leistung einer zusätzlichen Heizung des Behälters zu berechnen.

Im Fachschrifttum sind mehrere Arbeiten über Abkühl- und Anwärmvorgänge bekannt [1 bis 5]. Bei der Auskühlung von Behältern wird jedoch nur der einfache Vorgang mit örtlich konstanter Wärmestromdichte der Behälteroberfläche ohne Heizung behandelt. Ist aber die Wärmeabgabe der Begrenzungsflächen sehr unterschiedlich oder wird der Behälter zusätzlich beheizt, so müssen für die Verwendung der bekannten Gleichungen Vereinfachungen getroffen werden, die ungenaue Ergebnisse zur Folge haben können. Außerdem sind die exponentiellen Gleichungen etwas umständlich zu handhaben. Um dem Wärmeschutzingenieur die Rechenarbeit zu erleichtern, werden im Folgenden die Auskühlvorgänge bei Behältern unter Berücksichtigung der verschiedenen Möglichkeiten untersucht und die sich ergebenden Rechenformeln zusammengestellt. Eine Fehlerabschätzung für die Ergebnisse der einfachen linearen Formeln soll ferner ermöglichen, auf die genauen Exponentialgleichungen zu verzichten. Abschließend wird auf die physikalisch ähnlichen Vorgänge der Anwärmung eingegangen.

Näherungsgleichungen für den einfachsten Fall der Auskühlung

Zur Einführung sei der einfache Fall besprochen, in dem die gesamte Oberfläche des Behälters gleichen Bedingungen hinsichtlich der Wärmeabgabe unterworfen ist. Die Füllung werde nicht geheizt. Der Ansatz hierfür lautet:

$$m\, c\, \Delta t_1 = -q\, F\, \Delta z \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1).$$

F ist die Oberfläche des Behälters, q die Wärmestromdichte in der Isolierung bzw. Behälterwand und Δz der Zeitabschnitt, in dem die Temperaturänderung Δt_1 des Inhaltes stattgefunden hat.

Bei diesem Ansatz wird vorausgesetzt, daß die Temperatur der Behälterfüllung in jedem Zeitpunkt als ausgeglichen und ihre Wärmekapazität als sehr viel größer als diejenige der Behälterwand einschließlich Isolierung angesehen werden kann. Diese Vereinfachung ist zulässig bei Flüssigkeiten, nicht jedoch bei Gasen oder Dämpfen, bei denen die Wärmespeicherung in den Wandungen den Auskühlvorgang wesentlich beeinflußt.

Es soll nur die Auskühlung von Flüssigkeiten behandelt werden, so daß die Vernachlässigung der Wärmekapazität der Behälterwand statthaft ist. Sie wirkt dann als zusätzlich gespeicherte Wärme, die den Auskühlvorgang verzögert und die Sicherheit des Rechenergebnisses erhöht. Für die Fälle, in denen auf die Wärmekapazität der Behälterwand nicht verzichtet werden kann, wird auf einschlägige Arbeiten verwiesen [3; 4].

Gl. (1) besagt, daß die dem Inhalt entweichende Wärmemenge durch seine Temperaturabsenkung gedeckt wird. Das Minuszeichen auf der rechten Seite berücksichtigt die in der Thermodynamik allgemein gültige Vereinbarung, einem System zugeführte Wärmemengen positiv, abgeführte negativ zu zählen. Setzt man ferner für die Wärmestromdichte

$$q = k\,(t_1 - t_2) = k\,\Theta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

mit k als Wärmedurchgangszahl der Behälterwand einschließlich Isolierung, so sieht man, daß die Folgerungen aus der Gl. (1) nur für kurze Zeiten Geltung haben können, da t_1 auf Grund der Abkühlung veränderlich ist. Mit dieser

*) Mitteilung aus dem Forschungsheim für Wärmeschutz e. V., München, vorgetragen auf der Mitgliederversammlung des Forschungsheims am 24. 3. 1961. Der Verfasser, Dr. rer. nat. *H. B. Schulz,* ist Assistent am Forschungsheim.

Einschränkung findet man für den Zusammenhang zwischen Temperaturabfall bzw. Temperatur der Füllung und Auskühlzeit die Beziehungen

$$\Delta t_1 = -\frac{k\,F\,\Theta_a}{m\,c}\,z \quad \dots\dots\dots\dots \quad (3a),$$

$$t_1 = t_{1a} - \frac{k\,F\,\Theta_a}{m\,c}\,z \quad \dots\dots\dots \quad (3b).$$

Der zeitliche Temperaturabfall des Behälterinhalts ist negativ, da die Temperatur abnimmt. Bei einer Erwärmung würde sich $\Delta\, t_1$ positiv ergeben. t_{1a} ist die Temperatur, Θ_a die Übertemperatur der Füllung am Anfang des Auskühlvorganges und z die seit Beginn verstrichene Zeit. Löst man Gl. (3a) nach der Wärmedurchgangszahl der Behälterwand auf, die die erforderliche Wärmedämmung kennzeichnet, so erhält man

$$k = -\frac{m\,c\,\Delta t_1}{\Theta_a\,F\,z} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (4).$$

Um den angedeuteten Fehler zu vermeiden, muß in Gl. (1) zu den Zeit- bzw. Temperaturdifferentialen $\mathrm{d}\,z$ und $\mathrm{d}\,t_1$ übergegangen werden:

$$m\,c\,\mathrm{d}t_1 = -q\,F\cdot\mathrm{d}z \quad \dots\dots\dots\dots \quad (5).$$

Die Integration liefert:

$$\Delta t_1 = \Theta_a\left(e^{-\frac{k\,F}{m\,c}\,z} - 1\right) \quad \dots\dots \quad (6a),$$

$$\Theta_e = \Theta_a\cdot e^{-\frac{k\,F}{m\,c}\,z} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (6b),$$

$$t_1 = t_2 + \Theta_a\cdot e^{-\frac{k\,F}{m\,c}\,z} \quad \dots\dots \quad (6c),$$

$$z = \frac{m\,c}{k\,F}\ln\frac{\Theta_a}{\Theta} = -\frac{m\,c}{k\,F}\ln\left(1+\frac{\Delta t_1}{\Theta_a}\right) \quad \dots\dots \quad (7),$$

$$k = \frac{m\,c}{z\,F}\ln\frac{\Theta_a}{\Theta} = -\frac{m\,c}{z\,F}\ln\left(1+\frac{\Delta t_1}{\Theta_a}\right) \quad \dots\dots \quad (8).$$

Nach Gl. (3b) fällt die Temperatur des Behälterinhalts geradlinig mit der Zeit ab, während Gl. (6c) eine exponentielle, und zwar geringere Temperaturabsenkung widergibt. Bild 2 (S. 5), in dem die Ergebnisse eines Rechenbeispiels dargestellt sind, zeigt diesen Unterschied.

Der relative Fehler, den man bei Verwendung der einfachen Gleichungen (3a) und (4) gegenüber den exakten Gleichungen (6a) und (8) begeht, ist

$$\sigma = \frac{\Delta t_1}{2\,\Theta_a} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (9),$$

wobei dieser Fehler auf den Näherungswert bezogen ist. Mit Hilfe von Gl. (9) kann man daher aus dem Näherungswert das richtige Ergebnis ermitteln, ohne die Exponentialgleichungen benützen zu müssen. Der relative Fehler und die sich daraus ergebende Korrektur bezieht sich jedoch nur auf den Temperaturabfall Δt_1 und diesem proportionale Größen, nämlich die Wärmedurchgangszahl und die Auskühlzeit; die Temperatur t_1 der Behälterfüllung selbst muß über Δt_1 korrigiert werden. Diese Fehlerabschätzung ist außerdem nur sinnvoll, solange der Temperaturabfall des Inhalts Δt_1 kleiner ist als die ursprüngliche Übertemperatur der Füllung Θ_a gegenüber der Umgebung. Rein rechnerisch kann sich nämlich aus Gl. (3a) entgegen den physikalischen Gesetzmäßigkeiten auch ein größerer Temperaturabfall ergeben.

Der bei Benutzung von Gl. (3a) begangene Fehler ist um so kleiner, je geringer der Temperaturabfall und je größer die Übertemperatur des Inhalts zu Beginn der Auskühlung ist. Beträgt der Näherungswert für den Temperaturabfall beispielsweise 10% der Übertemperatur Θ_a, so ist der Fehler —5% vom Näherungswert. Der tatsächliche Temperaturabfall ist immer kleiner als der Näherungswert. Der Korrekturwert hat jedoch ein positives Vorzeichen, wenn er sich auf die Wärmedurchgangszahl und die Auskühlzeit bezieht, weil bei gegebenem Temperaturabfall der vorgeschriebene Wert durch eine größere Wärmedurchgangszahl bzw. eine längere Auskühlzeit hervorgerufen wird.

Eine wesentlich bessere Annäherung als Gl. (3a) liefert eine Formel, die sich ergibt, wenn in Gl. (1) bzw. in Gl. (2) für t_1 das arithmetische Mittel von Anfangs- und Endtemperatur der Behälterfüllung eingesetzt wird[1]). Dann ist

$$\Delta t_1 = -\frac{2\,\Theta_a}{1+\frac{2\,m\,c}{k\,F\,z}} \quad \dots\dots\dots\dots \quad (10a)$$

$$\text{bzw.} \qquad t_1 = t_{1a} - \frac{2\,\Theta_a}{1+\frac{2\,m\,c}{k\,F\,z}} \quad \dots\dots \quad (10b).$$

Der relative Fehler des Temperaturabfalls gegenüber der genauen Gl. (6a) beträgt hierin nur

$$\sigma = \left(\frac{1}{\frac{2\,\Theta_a}{\Delta t_1} - 1}\right)^2 \quad \dots\dots\dots\dots \quad (11).$$

Ist das Rechenergebnis für Δt_1 bei Verwendung beider Näherungsgleichungen z. B. 5 grd bei einer Übertemperatur des Behälterinhaltes zu Beginn der Auskühlung von 50 grd, so beträgt der relative Fehler bei Anwendung von Gl. (3a) 5% und von Gl. (10a) nur 0,3%.

[1]) Diese Näherungsrechnung wurde von *E. Raisch* in wärmeschutztechnischen Unterrichtskursen für den formal ähnlichen Vorgang des örtlichen Temperaturabfalls in Rohrleitungen verwendet.

Formelzeichen

$A = \sum_n k_n F_n$	Produkt aus Wärmedurchgangszahl und Fläche
$B = \sum_n k_n F_n t_{2n}$	Produkt aus Wärmedurchgangszahl, Fläche und Umgebungstemperatur
D	Äußerer Rohrdurchmesser
F	Fläche
L_R	Länge des Heizrohrs
Q	Wärmestrom (übertragene Wärmemenge je Zeiteinheit)
c	Spezifische Wärme (auf die Masseneinheit bezogen)
k	Wärmedurchgangszahl
$\bar{k}$	Gleichwertige Wärmedurchgangszahl
m	Masse des Behälterinhalts*)
$\dot{m}$	Massenstrom
q	Wärmestromdichte (Wärmestrom je Flächeneinheit)
s	Isolierdicke
t_1	Temperatur des Behälterinhalts
t_2	Temperatur der Umgebung bzw. des außen an die Isolierung grenzenden Mittels
z	Zeit
α	Wärmeübergangszahl
Δt_1	Zeitlicher Temperaturabfall des Behälterinhalts
Δt_R	Örtlicher Temperaturabfall des strömenden Heizmittels im Rohr
Δz	Zeitintervall
$\Theta = t_1 - t_2$	Temperaturdifferenz des Behälterinhalts gegenüber der Umgebung (Übertemperatur)
σ	Relativer Fehler
	Fußzeiger
D	Auf Heißdampf bezogen
H	Auf Heizung bezogen
R	Auf Heizrohr bezogen
a, e	Anfangs- bzw. Endzustand
n	Numerierung nebeneinanderliegender Flächen

*) In der Wärmeschutztechnik wurde bisher mit dem Gewicht des Inhalts gerechnet. Da sich das Internationale Einheitensystem (MKSA) immer mehr durchsetzt und die Forderung nach einer klaren Trennung der Begriffe Masse und Gewicht berechtigt ist, soll hier mit der Masse des Behälterinhalts gerechnet werden.

Näherungsgleichungen für Wände mit verschiedenen Wärmestromdichten

Die Aufgabenstellung sei insofern erweitert, als die einzelnen Begrenzungsflächen unterschiedliche Wärmestromdichten haben sollen, die durch verschiedene Umgebungstemperaturen, Wärmedämmungen oder Wärmeübergangszahlen hervorgerufen werden können (z. B. auf dem Erdreich aufliegender Behälterboden und an Luft grenzende Behälterwände). Der Inhalt werde auch jetzt nicht geheizt.

Aus Gl. (1) wird

$$m\,c \cdot \Delta t_1 = -\sum_n (q_n F_n)\,\Delta z \quad \ldots\ldots\ldots (12)$$

mit

$$q_n = k_n (t_1 - t_{2n}) = k_n \Theta_n \quad \ldots\ldots (13).$$

Der Fußzeiger n gibt die Nummer der Fläche an, auf die sich die jeweilige Größe bezieht. t_{2n} bedeutet beispielsweise die zur n-ten Begrenzungsfläche gehörende Umgebungstemperatur bzw. Θ_n die Übertemperatur des Behälterinhalts an dieser Begrenzungsfläche. Gl. (12) sagt aus, daß die Änderung der Wärmekapazität der Füllung gleich der Summe der durch die einzelnen Behälterwände abgegebenen Wärmemengen ist.

Die Beziehungen zwischen Temperaturabfall bzw. Temperatur des Behälterinhalts und der Zeit lauten analog zu Gl. (3a) bzw. (3b):

$$\Delta t_1 = -\frac{\sum_n (\Theta_{an} k_n F_n)}{m\,c}\, z \quad \ldots\ldots\ldots (14a),$$

$$t_1 = t_{1a} - \frac{\sum_n (\Theta_{an} k_n F_n)}{m\,c}\, z \quad \ldots\ldots (14b).$$

Eine mittlere Wärmedurchgangszahl ist bei unterschiedlichen Temperaturdifferenzen an den einzelnen Begrenzungsflächen nicht definiert. Zur Vereinfachung der Berechnung soll daher der Ausdruck

$$\frac{\sum_n (\Theta_{an} k_n F_n)}{\sum_n (\Theta_{an} F_n)}$$

als gleichwertige Wärmedurchgangszahl $\bar{k}$ bezeichnet werden. Sie hat den Wert

$$\bar{k} = -\frac{m\,c \cdot \Delta t_1}{z \sum_n \Theta_{an} F_n} \quad \ldots\ldots\ldots (15).$$

Auch die Gl. (14) und (15) sind nur Näherungen für kurze Zeiten. Die genauen Beziehungen ergeben sich durch einen der Gl. (5) analogen Ansatz:

$$m\,c\,\mathrm{d}t_1 = -\sum_n (q_n F_n)\,\mathrm{d}z \quad \ldots\ldots (16),$$

dessen Integration

$$\Delta t_1 = \left(t_{1a} - \frac{B}{A}\right)\left(e^{-\frac{A}{m\,c} z} - 1\right) \quad \ldots\ldots (17a)$$

bzw.

$$t_1 = \frac{B}{A} + \left(t_{1a} - \frac{B}{A}\right) e^{-\frac{A}{m\,c} z} \quad \ldots\ldots (17b)$$

liefert, wobei die Abkürzungen

$$A = \sum_n (k_n F_n) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18a)$$

und

$$B = \sum_n (k_n F_n t_{2n}) \quad \ldots\ldots\ldots (18b)$$

verwendet werden. Die Zeit, die eine vorgegebene Temperaturerniedrigung bei gegebener Isolierung herbeiführt, ist

$$z = \frac{m\,c}{A} \ln \frac{A\,t_{1a} - B}{A\,t_1 - B} \quad \ldots\ldots (19)$$

und die gleichwertige Wärmedurchgangszahl

$$\bar{k} = \frac{m\,c}{z} \frac{1}{\sum_n F_n} \ln \frac{\sum_n (\Theta_{an} F_n)}{\sum_n (\Theta_n F_n)} \quad \ldots\ldots (20).$$

Der Fehler, den man bei der Anwendung der linearen Gleichungen begeht, ist

$$\sigma = \frac{\Delta t_1}{2} \frac{\sum_n (k_n F_n)}{\sum_n (k_n F_n \Theta_{an})} \quad \ldots\ldots\ldots (21).$$

Für diesen Fehler gilt das gleiche wie bei Gl. (9).

Näherungsgleichungen für beheizte Behälter

Wenn die Behälterfüllung beheizt wird, kann der Ansatz grundsätzlich in der Weise gebildet werden, daß eine der Wärme abgebenden Flächen F_n als Heizfläche angesehen wird. Im Einzelnen ist jedoch die Art der Heizung zu beachten. Es seien drei verschiedene Heizungsmöglichkeiten durchgerechnet:

1) eine elektrische Heizung mit konstanter Heizleistung;
2) eine Heizung mit Sattdampf, bei der die Temperatur der Heizelemente konstant bleibt;
3) eine Heizung mit Heißdampf, bei der die Temperatur der Heizelemente längs des Dampfwegs abnimmt.

Die Näherungsgleichung für die elektrische Heizung wird ähnlich der Gl. (12) angesetzt:

$$m\,c\,\Delta t_1 = \left[Q_H - \sum_n (q_n F_n)\right] \Delta z \quad \ldots\ldots (22).$$

Hierin ist Q_H der durch die elektrische Heizung zugeführte Wärmestrom. Aus diesem Ansatz ergeben sich:

$$\Delta t_1 = \frac{Q_H - \sum_n (Q_{an} k_n F_n)}{m \cdot c}\, z \quad \ldots\ldots (23a),$$

$$t_1 = t_{1a} + \frac{Q_H - \sum_n (\Theta_{an} k_n F_n)}{m \cdot c}\, z \quad \ldots (23b),$$

$$\bar{k} = \frac{Q_H z - \Delta t_1 \cdot m\,c}{z \sum_n (\Theta_{an} F_n)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (24).$$

Die exponentiellen Gleichungen ergeben sich aus der durch Q_H erweiterten Gl. (16)

$$m\,c\,\mathrm{d}t_1 = \left[Q_H - \sum_n (q_n F_n)\right] \mathrm{d}z \quad \ldots\ldots (25)$$

zu:

$$\Delta t_1 = \left(t_{1a} - \frac{B + Q_H}{A}\right)\left(e^{-\frac{A}{m\,c} z} - 1\right) \quad \ldots (26a),$$

$$t_1 = \frac{B + Q_H}{A} + \left(t_{1a} - \frac{B + Q_H}{A}\right) e^{-\frac{A}{m\,c} z} \quad \ldots (26b).$$

Ferner folgt

$$z = \frac{m\,c}{A} \ln \frac{A\,t_{1a} - (B + Q_H)}{A\,t_1 - (B + Q_H)} \quad \ldots\ldots (27)$$

und

$$\bar{k} = \bar{k}_0 + \frac{Q_H}{\sum_n (F_n \Theta_{an})} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (28).$$

In Gl. (28) bedeutet $\bar{k}_0$ die Wärmedurchgangszahl ohne Heizung nach Gl. (20).

Bei **Sattdampfheizung** sei vorausgesetzt, daß genügend Dampf vorhanden ist, um zeitlich und räumlich unveränderliche Temperaturen an der Heizfläche zu gewährleisten. Es können sodann die Gl. (17) bis (20) unmittelbar übernommen werden. Man muß nur für kF der Heizfläche den entsprechenden Ausdruck einsetzen. Ist das Heizelement z. B. ein Rohr, so gilt für seine Wärmeabgabe

$$Q_R = \alpha_R D \pi L_R (t_R - t_1) \quad \ldots\ldots \quad (29),$$

t_R ist die Temperatur des Sattdampfes. Da zur Vereinfachung des Rechenansatzes die Heizrohroberfläche formal als Wärme aufnehmende Fläche betrachtet werden soll, müssen t_R und t_1 vertauscht werden. Außerdem ist in Gl. (29) der innere Wärmeübergangswiderstand vernachlässigt, so daß α_R in k_R übergeht:

$$Q_R = k_R F_R (t_1 - t_R) \quad \ldots\ldots \quad (30)$$

mit

$$F_R = \pi D L_R \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (30a).$$

Da t_R größer ist als t_1, erfolgt durch diese Fläche ein Wärmezufluß, der somit ein anderes Vorzeichen erhält als der Wärmeabfluß durch die Begrenzungsflächen des Behälters.

Erfolgt die **Heizung mit Heißdampf** mit dem Dampfdurchsatz $\dot{m}_D$ und einer spezifischen Wärme c_D, so gibt das Heizrohr den Wärmestrom

$$Q_R = \dot{m}_D c_D \Delta t_D = \dot{m}_D c_D (t_D - t_1) \left(e^{-\frac{\alpha_R D \pi L_R}{\dot{m}_D c_D}} - 1\right) \quad (31)$$

an die Füllung des Behälters ab. t_D bedeutet die Temperatur des Heißdampfes beim Eintritt in das Heizrohr, t_1 die Temperatur der Behälterfüllung und Δt_D der Temperaturabfall des Dampfes längs des Heizrohrs.

Der Ausdruck

$$(t_D - t_1) \left(e^{-\frac{\alpha_R D \pi L_R}{\dot{m}_D c_D}} - 1\right)$$

in Gl. (31) stellt den **örtlichen** Temperaturabfall Δt_D des in einem Rohr strömenden Mediums dar und entspricht der Gl. (6a) für den **zeitlichen** Temperaturabfall eines Behälterinhalts. An die Stelle der veränderlichen Zeit z tritt formal die veränderliche Länge des Rohrs L_R. Die Wärmeabgabe des gesamten Rohrs ist sodann gleich dem Produkt aus Enthalpiegefälle und Heißdampfstrom.

Wenn man $t_R = t_D$ setzt und die Rohroberfläche durch Vertauschen von t_1 und t_D — wie im Falle der Sattdampfheizung — als wärmeaufnehmende Fläche betrachtet, erhält man mit Gl. (30) den gesuchten Ausdruck für $k_R F_R$ zu

$$k_R F_R = \dot{m}_D c_D \left(1 - e^{-\frac{\alpha_R D \pi L_R}{\dot{m}_R c_R}}\right) \quad \ldots\ldots \quad (32),$$

der in die Gl. (18a) und (18b) für $k_n F_n$ einzusetzen ist.

Rechenbeispiel

Ein Ölbehälter soll isoliert werden. Das Öl habe eine Rohdichte von 870 kg/m³ und eine spezifische Wärme von 0,4 kcal/kg grd. Es werde mit 35 °C eingefüllt, wobei die Temperaturabnahme beim Füllen des Behälters bereits berücksichtigt ist. Die

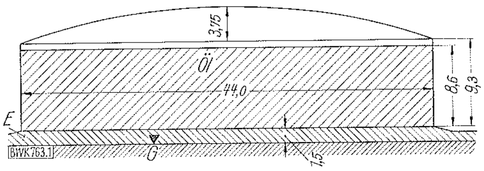

Bild 1. *Ölbehälter für das Rechenbeispiel (Maße in m).*
E Erdreich *G Grundwasserspiegel*

Temperatur des Öls darf in 60 h nicht unter 30 °C sinken. Der Behälter soll bis 8,6 m Höhe gefüllt werden, der Rest sei Luft, **Bild 1.** Der Öltank möge ohne Isolierung auf Sandboden mit einer Aufschüttung von 50 cm stehen. Er soll ein Heizsystem enthalten, das aus einer Heizschlange NW 50 mit einer Heizfläche von 153 m² besteht und mit maximal 8 t/h Sattdampf von 1,5 atü beschickt werden kann. Die Außenlufttemperatur betrage —15 °C bei einer Windgeschwindigkeit von 10 m/s. Das Grundwasser in 1 m Tiefe habe +10 °C.

Auf Grund unterschiedlicher Außentemperaturen bzw. Wärmedurchgangszahlen sind drei verschiedene Wärmeverluste $k\, F\, \Theta_a$ des Behälters zu unterscheiden: $k_1 F_1 \Theta_{a1}$ sei dem Boden des Behälters zugeordnet, $k_2 F_2 \Theta_{a2}$ dem Zylindermantel, soweit er innen von Öl bedeckt ist, und $k_3 F_3 \Theta_{a3}$ dem Rest des Zylindermantels und dem Deckel. An Hand der linearen Gl. (15) wird zunächst ein Mittelwert $\bar{k}$ berechnet. Dabei ist die Masse des Ölinhalts mit 11 400 t = 1,14·10⁷ kg; Δt_1 mit 5 grd und

$$\sum_n (\Theta_{an} F_n) = F_1 (t_{1a} - t_{21}) + F_2 (t_{1a} - t_{22}) + F_3 (t_{1a} - t_{23})$$
$$= 1{,}81 \cdot 10^5 \text{ m}^2 \text{ grd}$$

einzusetzen. Man erhält

$$\bar{k} = -\frac{1{,}14 \cdot 10^7 \cdot 0{,}4 \cdot (-5)}{60 \cdot 1{,}81 \cdot 10^5} \text{ kcal/m}^2 \text{ h grd} = 2{,}1 \text{ kcal/m}^2 \text{ h grd}.$$

Mit Gl. (21) läßt sich der relative Fehler, der durch die Anwendung der linearen Gl. (15) an Stelle der genauen Gl. (20) entstanden ist, zunächst nur feststellen, wenn im Zähler und Nenner $\bar{k}$ vor die Klammer gesetzt wird, was exakt nur im Nenner zulässig ist. Es ergibt sich der relative Fehler zu

$$\sigma = \frac{-5}{2} \cdot \frac{4370}{1{,}81 \cdot 10^5} = -0{,}060 = -6\,\%.$$

Da der Korrekturwert für die Wärmedurchgangszahl positiv ist, muß $\bar{k}$ um 6 % größer sein, also 2,23 kcal/m² h grd betragen. Den gleichen Wert ergibt eine Kontrollrechnung unter Verwendung der genauen Gl. (20)

$$\bar{k} = \frac{1{,}14 \cdot 10^7 \cdot 0{,}4}{60} \cdot \frac{1}{4370} \ln \frac{1{,}81 \cdot 10^5}{1{,}59 \cdot 10^5} \text{ kcal/m}^2 \text{ h grd}$$
$$= 2{,}23 \text{ kcal/m}^2 \text{ h grd}.$$

Eine Wiederholungsrechnung mit den später ermittelten einzelnen genauen k-Werten ist daher nicht erforderlich. Bei genauen Berechnungen ist bei gesuchter Isolierdicke stets eine Nachprüfung mit Hilfe der logarithmischen Gleichung zu empfehlen. Selbstverständlich kann man auch Isolierdicken und damit k-Werte annehmen und den so berechneten Temperaturabfall mit dem geforderten Wert 5 grd vergleichen. In diesem Fall ist die Korrekturformel Gl. (21) genau. Notfalls muß die Berechnung wiederholt werden.

Über die Beziehung

$$Q = \bar{k} \sum_n (\Theta_{an} F_n) = k_1 F_1 \Theta_{a1} + k_2 F_2 \Theta_{a2} + k_3 F_3 \Theta_{a3} \quad (33)$$

kann bei Annahme einer Wärmeleitfähigkeit des Isoliermaterials von 0,04 kcal/m h grd die Dicke der Isolierung berechnet werden. Dabei ist $k_1 = 1{,}02$ kcal/m² h grd die Wärmedurchgangszahl des unter dem Behälter befindlichen trockenen Erdreichs einschließlich der Sandaufschüttung (Berechnungsmethode siehe [1] mit der Wärmeleitzahl 1,5 kcal/m h grd von Sand). Für k_2 und k_3 gelten die Ausdrücke

$$k_2 = \frac{1}{\frac{s}{0{,}04} + \frac{1}{40}}\,; \quad k_3 = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{s}{0{,}04} + \frac{1}{40}} \quad \ldots \quad (34),$$

wenn an der äußeren Behälteroberfläche mit einer Wärmeübergangszahl von 40 kcal/m²h grd gerechnet [1], der Übergangswiderstand vom Öl an die Behälterwand vernachlässigt und im oberen freien Raum eine Wärmeübergangszahl vom Öl über den Luftraum an die Behälterwand

$$\alpha_i = \alpha_L \frac{f_1}{f_1 + f_2} = 4{,}8 \approx 5 \text{ kcal/m}^2\text{h grd} \quad \ldots \quad (35)$$

angenommen wird. f_1 bedeutet die freie Oberfläche des Öls, f_2 die Fläche der vom Öl nicht bedeckten Behälterwand und α_L = 10 kcal/m²h grd die für den Wärmeübergang vom Öl an die Luft und von Luft an die Behälterwand gültige Wärmeübergangszahl. Gl. (35) ergibt sich dann durch Addition der Wärmeübergangswiderstände $1/\alpha_L f_1$ und $1/\alpha_L f_2$. Durch Einsetzen von $k_1 = 1{,}02$ kcal/m² h grd und der Gl. (34) in Gl. (33) ergibt sich eine Bestimmungsgleichung für die Isolierdicke s, deren Ausrechnung 11 mm ergibt. In der Praxis wird man allerdings wegen einer eventuellen Durchfeuchtung der Wärmedämmung infolge

Undichtigkeiten und der technischen Ausführung eine Isolierdicke von mindestens 40 mm wählen. In diesem Falle ergäbe sich ein Temperaturabfall Δt_1 des Inhalts von nur 2,2 grd.

Das Ergebnis kann durch Einsetzen aller Werte in die Gl. (17b) auf einfache Weise nachgeprüft werden. Die Konstanten A und B berechnen sich auf folgende Weise:

$$A = k_1 F_1 + k_2 F_2 + k_3 F_3 = 8\,834 \text{ kcal/h grd}$$
$$B = k_1 F_1 t_{21} + k_2 F_2 t_{22} + k_3 F_3 t_{23} = -93\,700 \text{ kcal/h}$$

mit

$$k_1 = 1{,}02 \text{ kcal/m}^2\text{h grd}$$
$$k_2 = 3{,}33 \text{ kcal/m}^2\text{h grd}$$
$$k_3 = 2{,}0 \text{ kcal/m}^2\text{h grd.}$$

Nach 60 h findet man eine Endtemperatur von 30 °C.

Die geringe Isolierdicke legt die Vermutung nahe, daß bei Benutzung der eingebauten Heizung auf eine Isolierung ganz verzichtet werden kann. Die Öltemperatur nach 60 h wird wie im vorhergehenden Fall nach Gl. (17b) ermittelt, wobei die Wärmeübergangszahl vom Heizrohr an das Öl von 10 kcal/m²h grd (dieser Wert wurde nach [6] berechnet) gleich der Wärmedurchgangszahl der Rohrwandung k_R angenommen werden kann. Die Wärmedurchgangszahlen k_2 und k_3 ergeben sich aus Gl. (34) mit $s = 0$. Die Oberfläche des Heizrohrs von der Temperatur 127 °C (Sattdampftemperatur bei 1,5 atü) wird bei der Berechnung der Konstanten A und B wie eine Behälteroberfläche behandelt. Es ergibt sich eine Öltemperatur nach 60 h von 10,6 °C, d. h. ein unzulässig großer Temperaturabfall von 24,4 grd. Der Dampfstrom reicht jedoch zur Heizung aus, da eine Enthalpiedifferenz von 8000 kg/h · 521 kcal/kg · 60 h = $2{,}5 \cdot 10^8$ kcal zur Verfügung steht, während der Gesamtwärmeverlust des Behälters nur $1{,}14 \cdot 10^7$ kg · 0,4 kcal/kg grd · 5 grd = $2{,}28 \cdot 10^7$ kcal beträgt. Durch Vergrößerung der Rohroberfläche auf das 16fache könnte man zum Ziel gelangen, denn eine Wiederholungsrechnung mit einer Heizfläche von 16 · 153 m² = 2448 m² ergibt einen Temperaturabfall von nur 4,3 grd.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, einen Teil der Isolierung durch die Heizung zu ersetzen, da man aus praktischen Gründen sowieso eine stärkere Dämmschicht wählen wird. Die Rechnung ergibt, daß z. B. bei einer Isolierdicke von 15,5 mm für den Zylindermantel auf eine Isolierung des Deckels verzichtet werden kann. Ob eine solche Isolierungsart praktisch zweckmäßig ist, soll hier nicht erörtert werden.

Um die Wirkung der berechneten Wärmedämmung und der ungenügenden Heizung zu zeigen, sind die Auskühlkurven nach Gl. (17b) mit und ohne Isolierung sowie mit und ohne Heizung in **Bild 2** aufgezeichnet. Außerdem wurden für zwei Fälle die Ergebnisse der einfacheren linearen Gleichungen eingetragen. Die Abhängigkeit des Fehlers von Δt_1, der sich als Differenz der entsprechenden t_1-Werte bei $z = 60$ h leicht ablesen läßt, ist deutlich zu erkennen. Bei einem Temperaturabfall von nur 5 grd ist der Fehler 6% (5,3 grd gegenüber 5 grd, siehe Kurven a und b), während er bei einem Temperaturabfall von 25,9 grd bereits 42% (36,7 grd gegenüber 25,9 grd, siehe Kurven d und e) beträgt.

Berücksichtigung von Wärmebrücken

Der Einfluß von Wärmebrücken, wie Halterungen, Armaturen und dgl. auf den Auskühlvorgang kann nur durch Schätzwerte berücksichtigt werden. Man wird in der Weise vorgehen, daß man zusätzliche Flächen mit unterschiedlicher Wärmedurchgangszahl in die Gl. (12) und folgende einsetzt, wobei der Flächenanteil und die zugehörige Wärmedurchgangszahl näherungsweise zu ermitteln sind. In vielen Fällen wird ein geschätzter prozentualer Zuschlag auf den Gesamtwärmeverlust genügen.

Anwärmvorgänge

Die abgeleiteten Berechnungsgleichungen gelten in der gleichen Form auch für die Erwärmung von Behälterfüllungen. Setzt man nämlich Gl. (1) als Aufheizvorgang des Behälters an, so wird zwar das Minuszeichen durch ein Pluszeichen ersetzt, aber in Gl. (2) tritt $(t_2 - t_1)$ an die Stelle von $(t_1 - t_2)$, so daß sich formal nichts ändert. Bei der Benutzung der einzelnen Formeln ist jedoch zu beachten, daß die Definition von Θ gemäß Gl. (2) zugrundegelegt ist, nämlich

$$\Theta = t_1 - t_2 \quad \text{(2a).}$$

Ist daher die Umgebungstemperatur t_2 größer als die Temperatur des Behälterinhalts t_1, so wird Θ negativ. Nur bei Einsetzen einer negativen Übertemperatur der

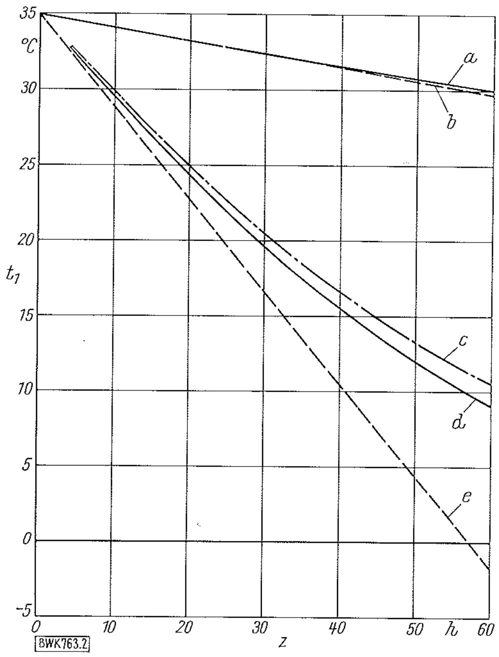

Bild 2. *Temperatur t_1 eines Behälterinhalts in Abhängigkeit von der Auskühlzeit z.*

a Exponentielle Temperaturabnahme nach Gl. (17b) bei einer theoretischen Isolierdicke von 11 mm
b Lineare Temperaturabnahme nach Gl. (14b) bei 11 mm Isolierdicke
c Exponentielle Temperaturabnahme nach Gl. (17b) ohne Isolierung, jedoch mit Heizung
d Exponentielle Temperaturabnahme nach Gl. (17b) ohne Isolierung und ohne Heizung
e Lineare Temperaturabnahme nach Gl. (14b) ohne Isolierung und ohne Heizung

Füllung führen die angegebenen Gleichungen zum richtigen Ergebnis. An die Stelle des Heizrohrs tritt gegebenenfalls eine Kühlschlange.

Die Berechnungsgleichungen müssen auch unabhängig davon gültig sein, ob die Temperatur des Behälterinhalts zu- oder abnimmt, da bei zusätzlicher Heizung oder Kühlung der Füllung zunächst die Wirkung nicht bekannt ist. Bei richtigem Einsetzen der Übertemperaturen gemäß Gl. (2a) zeigt sich sodann, ob der Behälterinhalt auskühlt oder erwärmt wird.

BWK 763

Schrifttum

[1] *Cammerer, J. S.*: Der Wärme- und Kälteschutz in der Industrie, 3. Aufl. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1951.

[2] *Seiffert, K.*: Der Wärmeschutzingenieur, München 1954.

[3] *Baehr, H. D.*: Wärmeleitung, in Handbuch der Kältetechnik, Bd. 3. Berlin/Göttingen/Heidelberg 1959.

[4] *Esser, W.*, u. *O. Krischer*: Die Berechnung der Anheizung und Auskühlung ebener und zylindrischer Wände. Berlin 1930.

[5] *Scholz, E.*: Berechnung der Anheizzeit isolierter Dampfleitungen. Wärme **57** (1934) S. 869.

[6] *Gröber, H., S. Erk* u. *U. Grigull*: Die Grundgesetze der Wärmeübertragung. 3. Aufl. Berlin/Gttingen/Heidelberg 1955.

VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf